

**(D1) Двойной пульсар / Binary Pulsar**

Систематический поиск в течении последних десятилетий дал возможность астрономам найти множество миллисекундных пульсаров (период вращения  $< 10$  мс). Большинство из них были найдены в двойных системах с круговыми орбитами.

Для пульсара, входящего в двойную систему, измеряемый период вращения вокруг собственной оси  $P$  и измеряемое лучевое ускорение (измеряется вдоль луча зрения)  $a$  периодически изменяются из-за орбитального движения. Для круговой орбиты изменения могут быть описаны математически с использованием орбитальной фазы  $\varphi$  ( $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ):

$$P(\varphi) = P_0 + P_t \cos\varphi \quad \text{where } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\varphi) = -a_t \sin\varphi \quad \text{where } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

где  $P_B$  – орбитальный период двойной системы,  $P_0$  – истинный период вращения пульсара вокруг собственной оси и  $r$  – радиус орбиты двойной системы.

Ниже в таблице представлены результаты измерений  $P$  и  $a$  в разное гелиоцентрическое время (гелиоцентрические эпохи)  $T$ , выраженное в обрезанных Модифицированных Юлианских Днях (сутках) (tMJD), т.е. количество дней от дня MJD = 22400000.

No.	T (tMJD)	P ( $\mu$ s)	a ( $\text{m s}^{-2}$ )
1	5740.654	7587.8889	-0.92 $\pm$ 0.08
2	5740.703	7587.8334	-0.24 $\pm$ 0.08
3	5746.100	7588.4100	-1.68 $\pm$ 0.04
4	5746.675	7588.5810	+1.67 $\pm$ 0.06
5	5981.811	7587.8836	+0.72 $\pm$ 0.06
6	5983.932	7587.8552	-0.44 $\pm$ 0.08
7	6005.893	7589.1029	+0.52 $\pm$ 0.08
8	6040.857	7589.1350	+0.00 $\pm$ 0.04
9	6335.904	7589.1358	+0.00 $\pm$ 0.02

Построив график  $a(\varphi)$  в зависимости от  $P(\varphi)$ , мы можем получить параметрическую кривую. Из соотношений выше очевидно, что этой кривой в плоскости период-ускорение является эллипс.

В данной задаче необходимо определить истинный период вращения  $P_0$ , орбитальный период  $P_B$  и радиус орбиты  $r$  используя анализ представленных здесь данных, в предположении круговой орбиты.

- (D1.1) Постройте график, используя данные таблицы, в координатах период-ускорение (подпишите график «D1.1»). Не забывайте про «усы» ошибок (error bars)! 7
- (D1.2) Начертите эллипс, который будет наилучшим образом описывать данные (на том же графике «D1.1») 2
- (D1.3) Используя график, найдите  $P_0$ ,  $P_t$  и  $a_t$  и величины их ошибок. 7
- (D1.4) Выразите  $P_B$  и  $r$  через величины  $P_0$ ,  $P_t$  и  $a_t$ . 4
- (D1.5) Рассчитайте приблизительные значения  $P_B$  и  $r$ , используя данные, полученные в (D1.3), и величины их ошибок. 6
- (D1.6) Рассчитайте орбитальные фазы  $\varphi$ , которые соответствуют эпохам следующих пяти наблюдений в таблице: строки 1, 4, 6, 8, 9. 4
- (D1.7) Уточните полученное значение орбитального периода  $P_B$ , используя полученные результаты в (D1.6) следующим образом:

- (D1.7a) Сначала найдите начальную эпоху  $T_0$  – время, которое соответствует ближайшей нулевой фазе перед первым наблюдением. 2
- (D1.7b) Предполагаемое (расчетное) время  $T_{calc}$  определённой орбитальной фазы каждого наблюдения рассчитывается по формуле: 7

$$T_{calc} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^\circ}\right) P_B,$$

где  $n$  – количество полных оборотов, прошедших с момента нулевой эпохи  $T_0$  до расчетного времени  $T$  (или  $T_{calc}$ ). Определите  $n$  и  $T_{calc}$  для каждого из пяти наблюдений из части (D1.6). Найдите разницы  $T_{O-C}$  между наблюдаемым  $T$  и расчетным  $T_{calc}$  моментами каждой из пяти фаз анализируемых наблюдений. Занесите полученные данные в таблицу в листе ответов.

- (D1.7c) Постройте зависимость  $T_{O-C}$  от  $n$  (подпишите график «D1.7»). 4
- (D1.7d) Получите уточнённые значения начальной эпохи  $T_{0,r}$  и орбитального периода  $P_{B,r}$ . 7

### (D2) Расстояние до Луны / Distance to the Moon

В таблице представлены геоцентрические эфемериды Луны на сентябрь 2015 года. Значения для каждой из дат поданы на момент 00:00UT по Всемирному времени.

Date	R.A. ( $\alpha$ )			Dec. ( $\delta$ )			Angular Size ( $\theta$ )	Phase ( $\phi$ )	Elongation Of Moon
	h	m	s	°	'	"			
Sep 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° W
Sep 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° W
Sep 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° W
Sep 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° W
Sep 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° W
Sep 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° W
Sep 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° W
Sep 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° W
Sep 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° W
Sep 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° W
Sep 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° W
Sep 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° W
Sep 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° W
Sep 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Sep 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Sep 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Sep 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Sep 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Sep 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Sep 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Sep 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Sep 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Sep 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Sep 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Sep 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Sep 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Sep 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Sep 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Sep 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° W
Sep 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° W

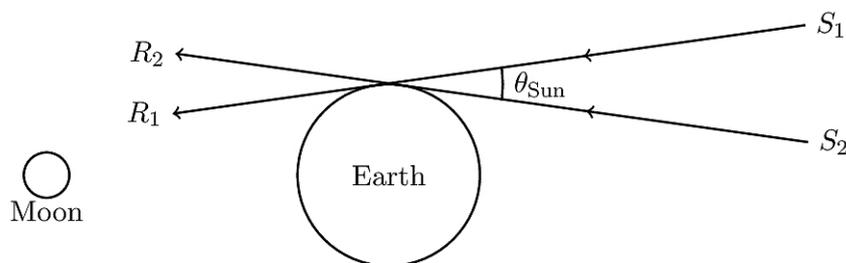
Составное изображение<sup>1</sup> ниже представляет собой коллаж снимков Луны полученных в разное время во время лунного затмения в этом месяце. Для каждого кадра центр изображения совпадает с центральной линией тени.

В рамках данной задачи считать, что наблюдатель находится в центре Земли и под угловыми размерами стоит понимать диаметр.



<sup>1</sup> Credit: NASA's Scientific Visualization Studio

- (D2.1) В сентябре 2015 года апогей лунной орбиты находится вблизи Новолуния / Первой Четверти / Полнолуния / Третьей четверти. Поставьте «птичку» в соответствующей ячейке листа ответов. Доказывать свою точку зрения нет необходимости. 3
- (D2.2) В сентябре 2015 года восходящий узел лунной орбиты находится вблизи Новолуния / Первой Четверти / Полнолуния / Третьей четверти. Поставьте «птичку» в соответствующей ячейке листа ответов. Доказывать свою точку зрения нет необходимости. 4
- (D2.3) Найдите эксцентриситет  $e$  лунной орбиты, используя только данные этой задачи. 4
- (D2.4) Найдите угловой размер тени  $\theta_{umbra}$  выраженный в угловых размерах Луны  $\theta_{Moon}$ . Процесс расчётов и нахождения необходимых величин изобразите на рисунке на обратной стороне листа ответов. 8
- (D2.5) Угловой диаметр Солнца в день затмения равнялся  $\theta_{Sun} = 1915.0''$ . На рисунке ниже  $S_1R_1$  и  $S_2R_2$  – лучи идущие от диаметрально противоположных точек солнечного диска. Рисунок не в масштабе. 9



- Рассчитайте угловой размер полутени  $\theta_{penumbra}$  в угловых размерах Луны  $\theta_{Moon}$ . Предположите, что наблюдатель находится в центре Земли!
- (D2.6) Пусть  $\theta_{Earth}$  – угловой размер Земли, видимый с Луны. Рассчитайте угловой размер Луны  $\theta_{Moon}$ , который будет видно из центра Земли в день затмения в единицах углового размера Земли  $\theta_{Earth}$ . 5
- (D2.7) Рассчитайте радиус Луны  $R_{Moon}$  в километрах. 3
- (D2.8) Рассчитайте наименьшее  $r_{perigee}$  и наибольшее  $r_{apogee}$  расстояние до Луны. 4
- (D2.9) Используя имеющиеся данные для 10 сентября определите расстояние  $d_{Sun}$  от Земли до Солнца. 10

**(D3) Сверхновые Ia / Type IA Supernovae**

Сверхновые Ia являются очень важными объектами для измерения больших межгалактических расстояний. Вспышка и последующее затухание их взрывов повторяют характерные кривые блеска, позволяющие отождествить их как сверхновые типа Ia.

Кривые блеска всех сверхновых типа Ia могут быть приведены к фактически одной модельной кривой блеска, после соответствующего масштабирования. Для того, чтобы сделать это, сперва необходимо привести кривую блеска к системе отсчёта материнской галактики, приняв во внимание космологическое увеличение всех наблюдаемых нами временных интервалов  $\Delta t_{obs}$  на множитель  $(1+z)$ .

В неподвижной системе отсчёта на кривой блеска сверхновой после момента максимума блеска уменьшение звёздной величин  $2^m$  происходит за промежуток времени  $\Delta t_0$ . Если в дальнейшем отмасштабировать временные интервалы с помощью множителя  $s$  (т.е.  $\Delta t_s = s\Delta t$ ), таким образом, чтобы величина  $\Delta t_0$  была одинаковой для всех сверхновых, то мы получим одинаковые профили для кривых блеска всех сверхновых. Также величина  $s$  линейно зависит от абсолютной звёздной величины  $M_{peak}$  сверхновой в максимуме светимости. Поэтому можно записать соотношение:

$$s = a + bM_{peak}$$

где  $a$  и  $b$  – константы. Зная множитель  $s$  можно определить абсолютную звёздную величину сверхновой, находящейся на неизвестном расстоянии, используя линейное уравнение, написанное выше.

В таблице собраны данные о трёх сверхновых. Для двух из них известны модули расстояния  $\mu$ . Также там представлены скорости удаления  $cz$  и видимая звёздная величина  $m_{obs}$  в разное время. Время наблюдения  $\Delta t_{obs} = t - t_{peak}$  – количество дней, прошедших с момента максимума блеска/светимости сверхновой. Видимые звёздные величины даны с учётом атмосферного и межзвёздного поглощения света.

Name	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\mu$ (mag)	34.27	35.64	
$cz$ (km s <sup>-1</sup> )	4515	9426	12060
$\Delta t_{obs}$ (d)	$m_{obs}$ (mag)	$m_{obs}$ (mag)	$m_{obs}$ (mag)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

- (D3.1) Посчитайте  $\Delta t_{gal}$  – интервалы времени в системе отсчёта материнской галактики для всех трёх галактик и внесите эти данные в таблицу на обратной стороне листа ответов. На бумаге для построения графиков, постройте точки и проведите графики кривых блеска для всех трёх галактик. (обозначьте график «D3.1») 15
- (D3.2) Примите, что множитель  $s_2$  для сверхновой SN2006IS равен 1.00. Посчитайте множители  $s_1$  и  $s_3$  для двух сверхновых SN2006TD и SN2005LZ соответственно, рассчитывая значения  $\Delta t_0$  для них. 5
- (D3.3) Посчитайте масштаб временных интервалов  $\Delta t_s$  для всех трёх сверхновых. Занесите значения  $\Delta t_s$  в ту же таблицу в листе ответов. На другом листе бумаги для построения графиков постройте точки и проведите графики кривых блеска для всех трёх галактик, 14

- чтобы убедиться, что теперь они имеют одинаковый профиль. (обозначьте график «D3.3»).
- (D3.4) Посчитайте абсолютные звёздные величины в момент максимума блеска  $M_{peak,1}$  для SN2006TD и  $M_{peak,2}$  для SN2006IS. Используя эти данные? рассчитайте константы  $a$  и  $b$ . 6
- (D3.5) Посчитайте абсолютную звёздную величину в момент максимума блеска  $M_{peak,3}$  и модуль расстояния  $\mu_3$  для SN2005LZ. 4
- (D3.6) Используя значение модуля расстояния  $\mu_3$ , определите значение постоянной Хаббла  $H_0$ . Далее, определите характерный возраст Вселенной  $T_H$ . 6